

4.3 Der Bellsche Beweis

In diesem Abschnitt wollen wir uns nun Bells berühmtes Theorem aus einer systematischen Perspektive etwas genauer ansehen. Wir werden versuchen, seine Argumentation nachzuvollziehen, seine impliziten Voraussetzungen herauszuarbeiten und die Konsequenzen des Theorems zu diskutieren. Bells Theorem ist auch 50 Jahre nach seiner Entdeckung eines der meistdiskutierten Themen in der Philosophie der Quantenphysik. Zum einen wird trotz seiner Eleganz und Einfachheit über seine korrekte Interpretation bis heute gestritten. Zum anderen betrifft es auf eine unmittelbare Weise, nämlich weitgehend theorieunabhängig, ein zentrales Problem der Quantenwelt, nämlich die Einbettung von Quantenobjekten in Raum und Zeit.

Das Theorem zeigt, dass es einen Widerspruch zwischen den Eigenschaften der Quantenwelt und den Annahmen einer lokalen, klassischen Welt gibt. Lokal heißt hier, dass physikalische Prozesse mit einer Geschwindigkeit langsamer als der des Lichts ablaufen, wie es die Relativitätstheorie offenbar impliziert. Zur Zeit der Formulierung des Theorems (1964) war zunächst nicht klar, welche Seite des Widerspruchs als die falsche zu betrachten ist, weil der Ausgang der Experimente, die die Quantenwelt charakterisieren, nur durch die quantenmechanischen Vorhersagen erschlossen wurde (Gedankenexperimente auf Grundlage der Quantentheorie). Etwa 20 Jahre später jedoch wurden die Experimente tatsächlich durchgeführt, und es zeigte sich, dass die Vorhersagen der Quantenphysik richtig waren. Damit war entschieden, dass es die lokale, klassische Welt sein muss, die mindestens eine nicht haltbare Annahme enthält. Die meisten Autoren argumentieren dafür, dass es die Lokalitätsannahme ist, die in der Quantenwelt verletzt ist. Da Lokalität anscheinend ein Grundzug unserer akzeptierten relativistischen Raum-Zeit-Theorien ist, rüttelt Bells Theorem somit an den Grundfesten unseres Verständnisses von Raum und Zeit und den darin ablaufenden kausalen Prozessen. Als erstes wollen wir uns nun den Experimenten zuwenden, die die empirische Grundlage des Theorems darstellen.

4.3.1 Experimentelle Grundlagen

Die Experimente, die Bells Theorem zugrunde liegen, sind Realisierungen des von Einstein, Podolsky und Rosen (1935) vorgeschlagenen und von Bohm (1951) vereinfachten Gedankenexperiments und werden entsprechend als EPR/B-Experimente bezeichnet. In ihrer modernsten Variante werden diese Experimente mit Photonen (Lichtquanten) durchgeführt. Das Experiment läuft typischerweise wie folgt ab: Eine geeignete Quelle C wird dazu angeregt, ein Photonenpaar zu emittieren, dessen Polarisationszustände verschränkt sind. Der verschränkte Polarisationszustand, der strukturell dem im vorigen Abschnitt diskutierten Singulett-Zustand ähnlich ist, lautet z.B.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|+_a\rangle_1 |+_a\rangle_2 + |-_a\rangle_1 |-_a\rangle_2 \right). \quad (4.9)$$

Hierbei steht $|+_a\rangle$ für eine Polarisation in Richtung a , während $|-_a\rangle$ eine Polarisation senkrecht zu a repräsentiert. Analog zu den verschränkten Zuständen, die wir bisher kennengelernt haben, haben auch die einzelnen Photonen in diesem Zustand keine eindeutige Polarisation. Diese Beschreibung des Quantenzustands dient hier aber nur der Erläuterung, welche Art von Zuständen in dem Experiment benötigt wird; nichts in Bells Argument hängt von dieser theoretischen Beschreibung ab, es kommt allein auf die Messergebnisse in den Experimenten an, die wir nun näher charakterisieren werden.

Nach Emission durch die Quelle bewegen sich die Photonen in entgegengesetzten Richtungen auf zwei Polarisations-Messgeräte zu (siehe Abb. 4.1). Jedes der beiden Messgeräte A bzw. B besitzt einen Zeiger, mit dem man die Richtung a bzw. b einstellen kann, in der die Polarisation gemessen wird. Diese Messrichtung wird für jedes der Geräte zufällig aus einem von drei möglichen Winkeln ausgewählt, z.B. wird der Zeiger mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf einen Winkel von 0° , 30° oder 60° eingestellt. In den stärksten Versionen der Experimente werden Auswahl und Einstellung der Richtung vorgenommen, während die Photonen schon unterwegs sind. Dies soll sicherstellen, dass die Wahl der Einstellung keinen Einfluss auf den Zustand der Photonen an der Quelle haben kann (wir werden unten sehen, warum dies wichtig ist).

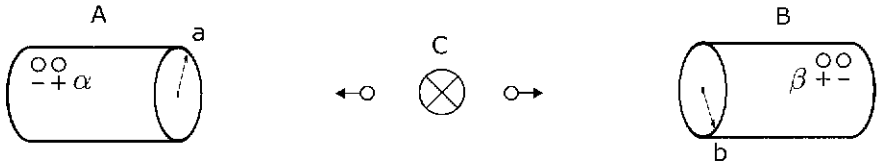


Abb. 4.1: Schematischer Aufbau eines EPR/B-Experiments

Wenn ein Photon auf das Messgerät trifft, detektiert dieses, ob das Photon entweder in der eingestellten Richtung polarisiert ist (\pm) oder senkrecht dazu (\mp). An jedem Messgerät gibt es also zwei mögliche Messergebnisse $\alpha = \pm$ bzw. $\beta = \pm$. Ein kompletter Durchgang des Experiments wird demnach durch fünf Variablen charakterisiert: die Präparation der Quelle (die den Zustand der Photonen an der Quelle festlegt), die beiden Messeinstellungen und die beiden Messergebnisse. Ein typisches Laborprotokoll für ein Experiment (mit einer festen Präparationsprozedur der Photonen, d.h. diese wird nicht notiert) sieht dementsprechend wie das in Tabelle 4.1 dargestellte aus.

Diese harmlos aussehende Zahlenreihe nun hat es in sich: Alle weitreichenden Konsequenzen, die mithilfe von Bells Theorem gezogen werden – Nicht-Lokalität, Nicht-Separabilität, Holismus etc. – basieren auf solchen einfachen Daten, die aus EPR/B-Experimenten gewonnen wurden. Einen ersten Hinweis auf die Besonderheit der Daten erhält man, wenn man eine statistische Auswertung vornimmt. Es ergeben sich drei Typen von Korrelationen:

1. Perfekte Korrelation: Wenn die Winkel der Messgeräte gleich sind (vgl. Durchgang 1, 3, 8, 10, ... in Tabelle 4.1) stimmen die Messergebnisse in 100% der Fälle überein.
2. Nicht-perfekte Korrelation 1: Wenn die Winkel der Messgeräte um 30° differieren (vgl. Durchgang 2, 6, 9, ..., 1000 in Tabelle 4.1), stimmen die Messergebnisse in 75% der Fälle überein.

	a	α	b	β
1	30°	+	30°	-
2	0°	+	30°	-
3	60°	-	60°	-
4	60°	-	0°	+
5	60°	+	0°	+
6	30°	+	0°	-
7	60°	-	0°	+
8	0°	-	0°	-
9	30°	+	60°	+
10	30°	-	30°	-
...
1000	0°	-	30°	+

Tab. 4.1: Typisches Laborprotokoll mit Messwerten aus EPR/B-Experimenten

3. Nicht-perfekte Korrelation 2: Wenn die Winkel der Messgeräte um 60° differieren (vgl. Durchgang 4, 5, 7, ... in Tabelle 4.1), stimmen die Messergebnisse in 25% der Fälle überein.

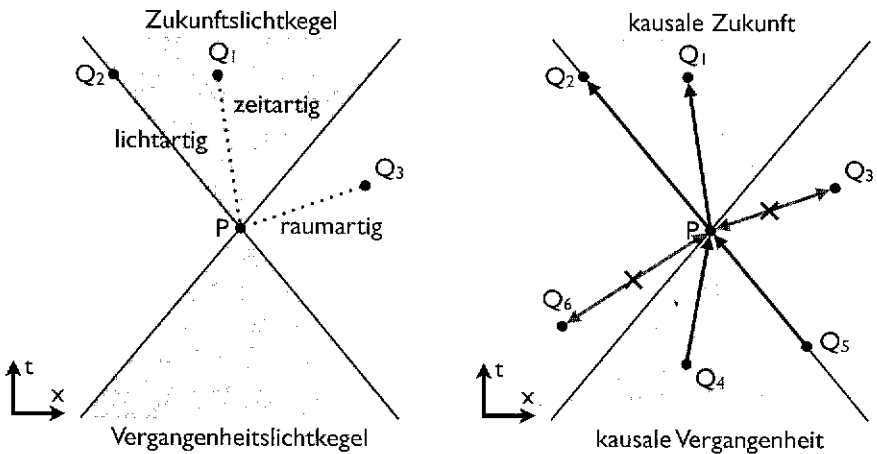
Diese Korrelationen der Messergebnisse für die jeweils gegebenen Messeinstellungen müssen erklärt werden. Eine erste Beobachtung ist, dass sie unerwartet stark sind und dass ihre Stärke nur vom relativen Winkel zwischen den Messrichtungen abhängt. Das ist überraschend, weil der Aufbau des Experiments eigentlich so gewählt ist, dass mögliche Korrelationen *minimiert* werden: Erstens werden die Messeinstellungen *zufällig* und *unabhängig* voneinander gewählt. Zweitens werden die Geräte räumlich so angeordnet und der zeitlich Ablauf so arrangiert, dass sich viele der Ereignisse in den Experimenten nach normalen Standards nicht beeinflussen können. Die zugrundeliegende Idee ist, dass es gemäß der Relativitätstheorie keine Beeinflussung zwischen Ereignissen geben kann, die raumzeitlich so zueinander liegen, dass sie nur mit Wirkungen schneller als Lichtgeschwindigkeit verbunden werden könnten. Im gegebenen Aufbau sollte es demnach keinen Einfluss zwischen dem Zustand der Photonen an der Quelle und den Messeinstellungen geben, weil letztere erst *nach* der Emission (aber vor Ankunft der Photonen) gewählt werden. Zum anderen sollte es aus dem gleichen Grund keine Wechselwirkung zwischen den Messereignissen (Einstellung und Ergebnis) am einen Flügel (a, α) und denen am anderen Flügel (b, β) geben.

Da diese raumzeitlichen Überlegungen zentral für die Interpretation des Bellschen Theorems sind, wollen wir diese noch einmal etwas genauer betrachten. Im Rahmen der Relativitätstheorie werden solche raumzeitlichen Beziehungen in Raum-Zeit-Diagrammen veranschaulicht, bei denen man typischerweise auf der

horizontalen Achse eine der drei Raumdimensionen und auf der vertikalen Achse die Zeitdimension aufträgt. Zu jedem Raumzeit-Punkt P teilt der sogenannte Lichtkegel, der Weg, den Licht zu P hin bzw. von P aus nimmt, die Raumzeit in drei Bereiche (siehe Abbildung 4.2a):

- Inneres des Lichtkegels (zeitartig): Punkte in dieser Region können mit P durch Prozesse verbunden sein, die sich langsamer als Licht ausbreiten.
- Rand des Lichtkegels (lichtartig): Punkte in dieser Region können mit P durch Prozesse verbunden sein, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.
- Äußeres des Lichtkegels (raumartig): Punkte in dieser Region können mit P nur durch Prozesse verbunden sein, die sich schneller als Licht ausbreiten.

Man sagt, dass Ereignisse, die sich auf dem oder innerhalb des Lichtkegels von P befinden, *lokal* zu P liegen. Raumartig getrennte Ereignisse hingegen liegen *nicht-lokal* zu P.



(a) Raumzeitliche Relationen

(b) Mögliche kausale Relationen

Abb. 4.2: Raum-Zeit-Diagramme

Der entscheidende Punkt für die Überlegungen hier nun ist, dass es gemäß der Standard-Interpretation der Relativitätstheorie ein Prinzip gibt, das Prozesse schneller als Lichtgeschwindigkeit verbietet:

(Kausale) Einstein-Lokalität: Es gibt keine kausalen Prozesse schneller als Licht.

Äquivalent dazu sagt man auch, dass es gemäß der Relativitätstheorie nur lokale Prozesse gibt oder dass die Relativitätstheorie eine lokale Theorie ist. Wenn dieses Prinzip gilt, ist es unmöglich, dass raumartig getrennte Ereignisse einander

beeinflussen (siehe Abbildung 4.2b). Der Bereich der Raumzeit, in dem Ereignisse liegen, die Ereignisse bei P beeinflussen können, ist dann gegeben durch die eine Hälfte des Lichtkegels von P, den „Vergangenheitslichtkegel“ oder die „kausale Vergangenheit“, und der Bereich, den Ereignisse bei P beeinflussen können, ist gegeben durch die andere Hälfte, den „Zukunftslichtkegel“ oder die „kausale Zukunft“.

Wenden wir diese Überlegungen nun auf die oben geschilderten EPR/B-Experimente an. In Abbildung 4.3 haben wir das Raum-Zeit-Diagramm der Experimente gezeichnet (vgl. Bell, 1975). Der Rand des Zukunftslichtkegels von ψ (schwarze Linie) beschreibt den Weg der Photonen von der Quelle zu den Messgeräten. Damit ist klar, dass der Zustand an der Quelle nur die Messergebnisse, aber nicht die Messeinstellungen, die außerhalb dieses Lichtkegels liegen, beeinflussen kann (und auch nicht von diesen beeinflusst werden kann). Die Vergangenheitslichtkegel der Messereignisse sind als graue Bereiche eingezeichnet. So sollte z.B. das Messergebnis α nur von Ereignissen innerhalb der hellgrauen Fläche beeinflusst werden können, die von ihm ausgeht, also von der Messeinstellung am gleichen Flügel a und dem Zustand der Photonen an der Quelle ψ . Insbesondere sollte es nicht beeinflusst werden können von der Messeinstellung b und dem Messereignis β am anderen Flügel! Entsprechend dürfte es gemäß der Relativitätstheorie keinerlei Einfluss von der einen Messung auf die andere geben, weil ein solcher Einfluss schneller als Licht laufen müsste.

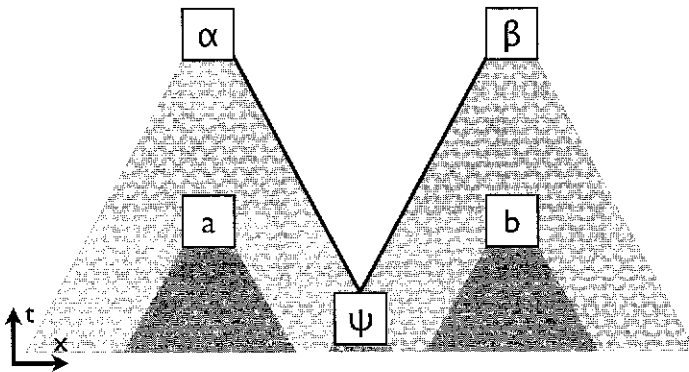


Abb. 4.3: Raum-Zeit-Diagramm von EPR/B-Experimenten

Die verbleibenden möglichen Einflüsse zeigen wir in Abbildung 4.4. In dem Diagramm sind kausale Einflüsse durch Pfeile zwischen Variablen dargestellt. Solche Diagramme heißen auch „kausale Graphen“ und repräsentieren eine ganz bestimm-

te Menge von kausalen Relationen, also eine kausale Struktur.³ Die hier gezeigte kausale Struktur ergibt sich aus der Tatsache, dass nur Einflüsse zwischen lokal zueinander gelegenen Ereignissen zugelassen sind. Insbesondere sieht man, dass es keine direkten Verbindungen zwischen den beiden raumzeitlich getrennten Messungen geben darf. Die einzige Verbindung zwischen der linken und der rechten Messung ist der Zustand der Photonen an der Quelle, der als gemeinsame Ursache fungiert. Durch die spezielle raumzeitliche Anordnung hat man also erreicht, dass die Messungen an den beiden Flügeln weitgehend unabhängig voneinander ablaufen sollten. In diesem Sinne hatten wir oben geschrieben, dass die raumzeitliche Anordnung des Experiments darauf ausgelegt ist, Korrelationen zwischen den Messungen zu minimieren.

Trotz all dieser Beschränkungen gibt es die starken gemessenen Korrelationen, und im nächsten Abschnitt werden wir sehen, dass sie zu stark sind, um auf gewöhnliche Weise erklärt zu werden. Entgegen den üblicherweise angenommenen Beschränkungen der Relativitätstheorie scheint es so zu sein, als ob es doch Einflüsse zwischen den beiden Messflügeln gibt, also Einflüsse, die die relativistische Beschränkung auf kleiner/gleich Lichtgeschwindigkeit nicht beachten.

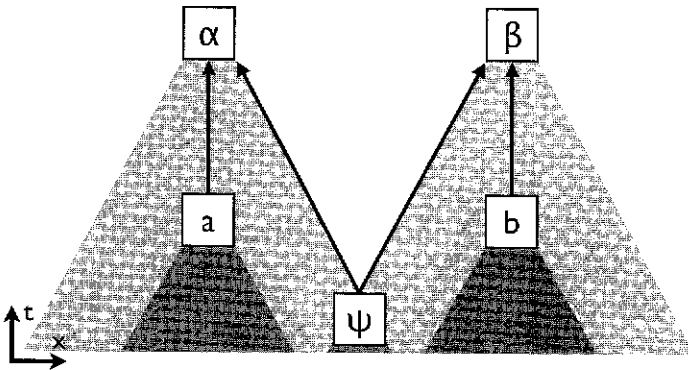


Abb. 4.4: Lokale kausale Relationen in EPR/B-Experimenten

Bevor wir uns möglichen Erklärungen zuwenden, wollen wir kurz noch erwähnen, dass es die Arbeitsgruppe um A. Aspect war, der es als erster gelang, diese Experimente in einer überzeugenden Form durchzuführen (Aspect, Dalibard und Roger, 1982). Da die Photonen schnell sind, ist es technisch äußerst aufwändig, die Messrichtung in der kurzen Zeitspanne einzustellen, die die Photonen von der

³Während für die Überlegungen hier zunächst ein intuitiver Begriff von kausalem Einfluss genügt, werden wir den Begriff in Abschnitt 4.3.4 auf formale Weise präzisieren (siehe insbesondere die Kausale Markov-Bedingung).

Quelle zum Gerät benötigen, und Aspect und seine Mitarbeiter hatten dafür als erste eine Lösung entwickelt. Weihs et al. (1998) gelang es dann zusätzlich, die zufällige Auswahl der Richtungen durch einen Zufallsgenerator in dieser kurzen Zeitspanne durchzuführen. In den letzten 15 Jahren wurden immer neue Variationen des Experiments aufgebaut. Insbesondere die Gruppe um A. Zeilinger hat sich hier verdient gemacht (Walther et al., 2006; Gröblacher et al., 2007; Paterek et al., 2007). Zum Beispiel konnten die Messungen mit immer größeren Distanzen zwischen den Messgeräten durchgeführt werden, und inzwischen sind Entfernungen von über 100 km möglich (Ursin et al., 2007). Bisher gibt es keinen Hinweis darauf, dass sich die Korrelationen mit zunehmender Entfernung abschwächen. Die Quantentheorie sagt das auch gar nicht voraus, und entsprechend geht man davon aus, dass verschränkte Systeme die oben genannten Korrelationen über beliebig große Distanzen erzeugen.