



$$|\phi^{\pm}\rangle = \frac{|00\rangle \pm |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\psi^{\pm}\rangle = \frac{|01\rangle \pm |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

Verschränkte Zustände

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung
2. Hilbertraum und Quantenzustand
3. Klassische Korrelation und Verschränkung
4. Bellzustände
5. Konsequenzen
6. Literatur

1. Einleitung

Verschränkung:

- Nicht-klassisches Phänomen
 - Rein quantenmechanische Korrelation
 - Genaue Beschreibung von Untersystemen nicht möglich
 - Anwendung in Quanteninformation/ Quantenkryptografie
 - Neue Algorithmen basieren auf Verschränkung
-
- Vergleich mit klassischer Physik

2. Hilbertraum und Quantenzustand

Mathematischer Hintergrund:

- Hilbertraum \mathcal{H} ist kompletter Vektorraum mit innerem Produkt
- Abstrakter Vektor $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ in Dirac-Notation
- Inneres Produkt zwischen zwei Vektoren: $\langle\varphi|\psi\rangle$
- Normiert: $\langle\psi|\psi\rangle = 1$
- Abstrakter Vektor $|\psi\rangle$ enthält alle Informationen über Quantensystem
- Durch Vektor $|\psi\rangle$ lassen sich Mess- bzw.

Aufenthaltswahrscheinlichkeiten einer Observable \hat{O} berechnen

- Observable \hat{O} ist lineare Abbildung bzw. Operator
- Superposition: $|\psi\rangle = \sum_i c_i |\varphi_i\rangle$

3. Klassische Korrelation und Verschränkung

3.1 Klassische Korrelation

- Liegt abstrakter Vektor $|\psi\rangle$ vor, spricht man von einem reinen Zustand
 - Auch Dichtematrix ρ als Zustandsbeschreibung möglich
 - Normiert: $\text{sp}(\rho) = 1$
 - Für reine Zustände gilt: $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ und $\rho^2 = \rho$
 - Nicht reine Zustände: $\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ mit $\rho^2 \neq \rho$ und $\sum_i p_i = 1$
 - Klassische Korrelation, kein quantenmechanisches Phänomen
- p_i ist Wahrscheinlichkeit, System in $|\psi_i\rangle$ vorzufinden
- Genauer Systemzustand also nicht vollständig bekannt
- ⇒ Entropie: Gemischt: $S(\rho) > 0$, rein: $S(\rho) = 0$

3.2 Verschränkung

Zusammengesetzte Systeme:

- Produkt Hilbertraum für N Systeme:

→ $\mathcal{H}_{\text{Total}} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_N$ mit Basen $\{|i\rangle_1\}$ für \mathcal{H}_1 , $\{|j\rangle_2\}$ für \mathcal{H}_2 usw.

→ Zustände: $|\psi_i\rangle \in \mathcal{H}_i \Rightarrow |\psi_{\text{Total}}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\psi_N\rangle$

→ diese Zustände heißen separabel

Verschränkung:

- Auch Zustände möglich wie:

$$|\psi_{\text{Total}}\rangle = \sum_{i,j,\dots} C_{i,j,\dots} (|i_1\rangle \otimes |j_2\rangle \otimes \dots)$$

- Nur separabel falls: $C_{i,j,\dots} = a_i \cdot b_j \cdot \dots$
- Gemischtheit und Verschränkung sind unabhängige Konzepte

4. Bellzustände

Zwei Systeme:

$$\rightarrow \mathcal{H}_{\text{Total}} = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$$

$$\rightarrow \text{Separabler Zustand: } |\psi_{\text{Total}}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle = |\psi_1\psi_2\rangle$$

$$\rightarrow \text{Orthonormale Basis: } |00\rangle, |11\rangle, |10\rangle \text{ und } |01\rangle$$

Bell Zustände:

$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle \pm |11\rangle)$$

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle \pm |10\rangle)$$

5. Konsequenzen

- Verletzung des Prinzips der Separabilität
 - Präparation nicht durch Einzeloperationen möglich
- Beschreibung der Teilsysteme durch reduzierte Dichtematrizen
 - Gemischter Zustand
- Keine klassische Korrelation, da Gesamtzustand rein
- Zustandsabhängige Eigenschaften nicht separierbar
 - Messergebnisse haben Einfluss auf jeweils anderes Teilchen

- Quantenmechanik keine lokale Theorie?
- Liegt Realität vor Messung schon vor oder „schafft“ Messung Realität?
- Kopenhagener Deutung
- Andere Deutungsversuche:
 - Einstein: versteckte Variablen
 - Lokale, deterministische Theorie mit versteckten Variablen
 - Widerspruch: Bell-Ungleichung
 - Nicht-lokale, deterministische Theorie: de-Broglie-Bohm
 - 2007: A. Zeilinger belegt verschärfte Bell-Ungleichung für nicht-lokale, deterministische Theorien

7. Literatur

- [1] Esfeld, M. *Einführung in die Naturphilosophie*. WBG (2011), S.55-60.
ISBN: 9783534236329
- [2] Gröblacher, S., et al. "An experimental test of non-local realism." In:
Nature 446.7138 (2007), S. 871-875.
- [2] Nielsen, M.A. and Chuang, I.L. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press (2010). ISBN: 9781139495486.
- [3] Preskill, J.P. *Quantum Computation*. Lecture Notes. California Institute of Technology (2016). URL:
<http://www.theory.caltech.edu/people/preskill/ph219/> (26.02.2017)

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit
Fragen?

